

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Să se arate că $\log_2 2020 - \log_2 101 - \log_2 5 = 2$.
- 5p 2. Fie $f : R^* \rightarrow R$, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$. Să se calculeze $f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(10)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $2^{2x^2 + 2x + 3} = 2^{1 - 3x}$.
- 5p 4. Să se determine câte numere de trei cifre, nu neapărat distincte, se pot forma cu 1, 2, 3 și 7.
- 5p 5. Determinați $m, n \in R$ astfel încât punctul $G(1, 1)$ să fie centrul de greutate al triunghiului ABC , unde $A(3, m)$, $B(-1, 4)$ și $C(n, -5)$.
- 5p 6. În triunghiul ABC avem $AB = 6$, $AC = 2$ și $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$. Să se determine lungimea laturii BC .

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(R)$.
- 5p a) Să se calculeze $\det(A + A^T)$, unde A^T este transpusa matricei A .
- 5p b) Să se determine $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2020}$.
- 5p c) Să se găsească $X \in M_2(R)$ astfel încât $X \cdot A = C$, unde $C = A + A^T$.
2. Se consideră polinomul $f = x^4 - 6x^2 + 8 \in R[X]$ și x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile acestuia.
- 5p a) Să se arate că $x^2 - 2$ divide polinomul f .
- 5p b) Să se determine rădăcinile întregi ale polinomului f .
- 5p c) Să se arate că $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2 = 16$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow R$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Să se arate că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 0$.
- 5p b) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că funcției $\sqrt{2020} + \frac{1}{\sqrt{2020}} \geq \sqrt{2019} + \frac{1}{\sqrt{2019}}$.

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.

5p b) Să se arate că funcția $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \arctg x + \frac{1}{2} \ln(x^2+1)$ este o primitivă a funcției f .

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ pentru care aria cuprinsă între graficului funcției $g(x) = (x^2+1)f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=a$ să fie egală cu $\frac{3}{2}$.

*Variantă model propusă de prof. Adonia-Augustina OPRIS
(selecții și adaptări din variante de subiecte)*