

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p 1. Să se calculeze suma $20 + 120 + 220 + \dots + 2020$.
- 5p 2. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 + x - 6$ cu axele reperului cartezian xOy .
- 5p 3. Să se arate că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $mx^2 - (2m+1)x + m + 1 = 0$ verifică relația $x_1 + x_2 = x_1x_2 + 1$ pentru orice $m \in R^*$.
- 5p 4. Să se determine $n \in N$, $n \geq 2$ pentru care mulțimea $A = \{1, 2, \dots, n\}$ are 21 de submulțimi cu câte două elemente.
- 5p 5. Să se scrie ecuația dreptei ce trece prin $P(-1, 2)$ și este paralelă cu dreapta $d: x - 3y + 5 = 0$.
- 5p 6. Să se arate că $\cos^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ = 0$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 2020 & 2021 \\ 0 & 0 & 2020 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2020 & 1 & 1 \\ 0 & 2020 & 1 \\ 0 & 0 & 2020 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Să se arate că $A^3 = O_3$, unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$ și $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p b) Să se arate că $B^2 - 2020 \cdot B = A$.
- 5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(B - x \cdot I_3) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$.
- 5p a) Să se arate că legea „ $*$ ” este asociativă pe R .
- 5p b) Să se determine inversul lui 5 în raportul cu legea „ $*$ ”.
- 5p c) Să se găsească două numere $a, b \in Q - Z$, astfel încât $a * b \in N$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = \begin{cases} e^x - e, & x < 1 \\ \frac{x-1}{x^2+1}, & x \geq 1 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f este continuă pe R .

5p b) Să se determine ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f'(0) - f'(2) \in (0,1)$.

2. Fie funcția $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 2x + 1$.

5p a) Să se determine primitiva $F : R \rightarrow R$ a funcției f pentru care $F(1) = \frac{1}{4}$.

5p b) Să se calculeze aria suprafeței mărginită de graficul funcției $g(x) = f(x+1) - f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 1$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^4}$.

*Variantă model propusă de prof. Adonia-Augustina OPRIȘ
(selecții și adaptări din variante de subiecte)*