

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Model 9

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

- 5p 1. Să se găsească soluțiile întregi ale inecuației  $3x^2 + x - 2 \leq 0$ .
- 5p 2. Fie  $f, g : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = ax - 3$ ,  $g(x) = x + a$ . Să se determine  $a \in R^*$  pentru care  $f(g(2)) = g(f(2))$ .
- 5p 3. Să rezolve ecuația  $4^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$ ,  $x \in R$ .
- 5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea  $M = \{P_4, A_5^3, C_5^3, C_6^2\}$  acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p 5. Să se calculeze perimetrul triunghiului  $ABC$ , unde  $A(2,1)$ ,  $B(5,-3)$  și  $C(-1,-1)$ .
- 5p 6. Să se arate că  $\cos 10^\circ + \cos 70^\circ + \cos 110^\circ + \cos 170^\circ = 0$ .

**SUBIECTUL II (30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  și  $M(a) = aA + I_2$ , unde  $a \in R$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Să se calculeze  $A^2 - A$ , unde  $A^2 = A \cdot A$ .
- 5p b) Să se arate că  $M(a) \cdot M(b) = M(5ab + a + b)$ ,  $\forall a, b \in R$ .
- 5p c) Să se determine  $a \in R$  astfel încât matricea  $M(a)$  să fie inversabilă.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție  $x \Delta y = x + y - 2$ .
- 5p a) Să se arate că  $x \Delta (-x) = -2$ ,  $\forall x \in R$ .
- 5p b) Să se arate că legea „ $\Delta$ ” este asociativă și comutativă pe  $R$ .
- 5p c) Să se calculeze  $\underbrace{x \Delta x \Delta \dots \Delta x}_{\text{de } 2020 \text{ ori}}$ .

**SUBIECTUL III (30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow R$ ,  $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$ .
- 5p a) Să se arate că  $2\sqrt{x} \cdot f'(x) = 3x + 1$ ,  $\forall x > 0$ .
- 5p b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1}$ .
- 5p c) Să se determine punctele de inflexiune ale funcției  $f$ .

---

2. Fie funcția  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{2}{x}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_1^e (f(x) - x) dx$ .

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficul funcției  $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $g(x) = x \cdot f(x)$ .

5p c) Să se arate că  $\int_1^2 f'(x) \cdot f(x) dx = 0$ .

*Variantă model propusă de prof. Adonia-Augustina OPRIȘ  
(selecții și adaptări din variante de subiecte)*